1　自由研究だぜひゃっほーうっ

概要

何となく、微分方程式が気になったので解く。
ここの微分方程式とは、抵抗がある媒質中での物体の運動。
ふつう、抵抗がなければ投げ上げられた物体は放物線を軌跡とするが、果たして抵抗があればどーなっちゃうのでしょーか？
ここでは、xy 平面上で考察し、重力は y 軸の負の方向へ働くものとしています。
解くべき微分方程式は次。
$\mathrm{m}\frac{\mathrm{dv}}{\mathrm{dt}}$=-(m g e + fv +fi)
ただし、ここで、e は y 方向への単位ベクトル。
つまり、重力は y 方向にしか働かないと言うことです。それだけ。

粘性抵抗関数 (fv) および慣性抵抗関数 (fi) を定義する。

fv[v_]:=6$\pi a\eta v$

fi[v_]:=$\pi\rho a^{2}v$^2/4

---

x 方向の速度 (vx) と y 方向の速度 (vy) を微分方程式を解いて求める。

$$\mathbf{DSolve[\{\mathit{m}vx'[\mathit{t}] == -(fv[vx[\mathit{t}]] + fi[vx[\mathit{t}]]), vx[0] == voCos[\theta]\}, vx[\mathit{t}], \mathit{t}]}$$

Solve::ifun : 逆関数が Solve で使われているため，求められない解がある可能性があります．解の詳細情報に

$$\{\{\mathrm{vx}[t] \to -\frac{24e^{\frac{6\eta\left(-a\pi t-\frac{m\mathrm{Log}\left[\frac{(24\eta+a\mathrm{vo}\rho\mathrm{Cos}[\theta])\mathrm{Sec}[\theta]}{\mathrm{vo}}\right]}{6\eta}\right)}{m}}\eta}{\left(-1+ae^{\frac{6\eta\left(-a\pi t-\frac{m\mathrm{Log}\left[\frac{(24\eta+a\mathrm{vo}\rho\mathrm{Cos}[\theta])\mathrm{Sec}[\theta]}{\mathrm{vo}}\right]}{6\eta}\right)}{m}}\right)\rho}\}\}$$

$$\mathbf{DSolve[\{\mathit{m}vy'[\mathit{t}] == -(\mathit{mg} + fv[vy[\mathit{t}]] + fi[vy[\mathit{t}]]), vy[0] == voSin[\theta]\}, vy[\mathit{t}], \mathit{t}]}$$

Solve::ifun : 逆関数が Solve で使われているため，求められない解がある可能性があります．解の詳細情報に

$$\{\{\mathrm{vy}[t] \to -\frac{2\left(6\sqrt{\pi}\eta-\sqrt{36\pi\eta^2-gm\rho}\,\mathrm{Tanh}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{a\sqrt{\pi}t\sqrt{36\pi\eta^2-gm\rho}}{m}-2\mathrm{ArcTanh}\left[\frac{12\sqrt{\pi}\eta\sqrt{36\pi\eta^2-gm\rho}+a\sqrt{\pi}\mathrm{vo}\rho\sqrt{36\pi\eta^2-gm\rho}\mathrm{Sin}[\theta]}{-72\pi\eta^2+2gm\rho}\right]\right)\right]\right)}{a\sqrt{\pi}\rho}\}\}$$

分かりやすいように媒質を空気とする。η は粘性係数、ρ は密度、m はボールの質量、a はボールの半径、g は重力加速度、vo は初速、 θ は投げ上げ角度 (rad)

$\eta = 1.809 * 10$^(-5);

$\rho = 1.205$;

$m = 0.01$;

$a = 0.1$;

$g = 9.8$;

vo = 1;

$\theta = \pi/4$;

もう一回微分方程式を解く。